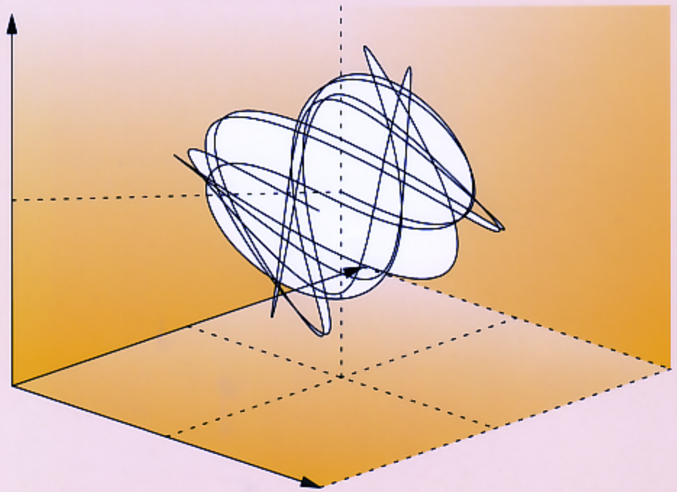
物理学　Ａ
（力学）

物理学科　ソフトマター・生物物理研究室
今　井　正　幸
合同B棟　５４８室
imai@bio.phys.tohoku.ac.jp

微積分で理解する

力学と振動・波動

前田和茂［監修］ 綿村 哲・中村 哲［共著］



培風館

1　運動の表し方

1.1　直線運動

1.1.1　位置と変位

質点 (point mass)　大きさが無視できる物質（粒子）

位置 (position)　座標軸上で原点からの距離

ベクトル量

変位 (displacement)　位置の変化

$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{1.1}$$

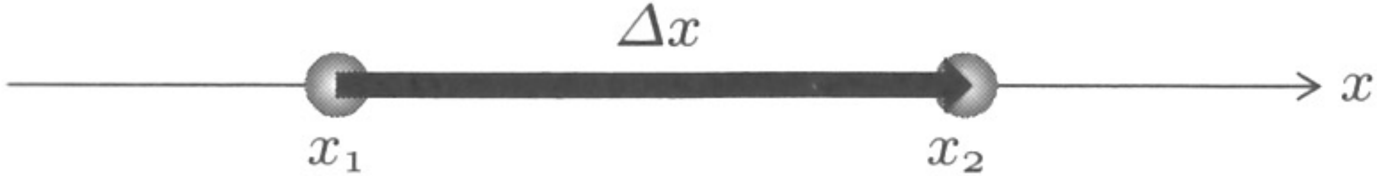


図 1.1　直線上の粒子の位置と変位

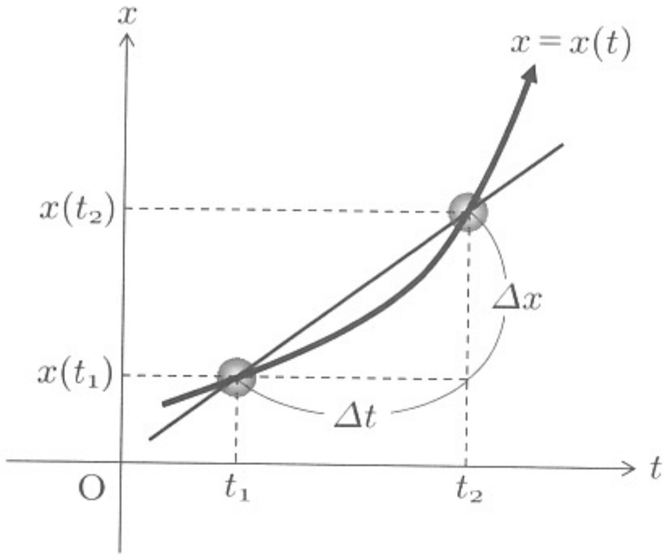
1.1.2 平均速度と瞬間速度

「運動を記述する」とは，粒子の位置 x を時刻 t の関数 $x(t)$ として与える

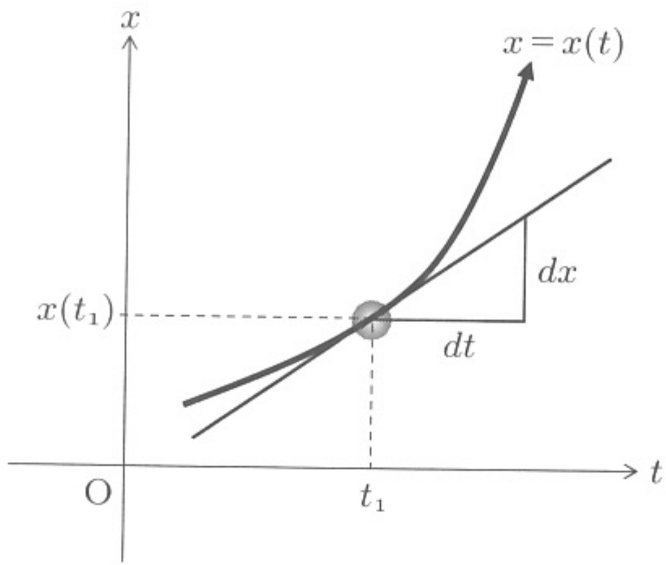
平均速度 (average velocity)

時刻 t_1 から t_2 の間に平均どれくらい単位時間に動いたか。　　　**ベクトル量**

$$\bar{v} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \tag{1.2}$$



(a) 平均速度



(b) 瞬間速度

図 **1.2**　平均速度と瞬間速度

(a) 平均速度は時刻 t_1 と t_2 の粒子の位置を結んだ直線の傾き $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ で与えられる.

(b) 瞬間速度は時刻 t_1 における接線の傾きで与えられる．t の関数として連続的に変化する.

平均の速さ (average speed)　　平均速度の絶対値

瞬間速度 v　速度 (velocity)　各瞬間の速度

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \tag{1.3}$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) \tag{1.4}$$

1.1.3 加 速 度

加速度 (acceleration)　速度の変化

ある有限時間の速度の変化率　平均加速度

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} \tag{1.6}$$

$\Delta t \to 0$ の極限　瞬間加速度

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1.7}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x} \tag{1.8}$$

例題1： x 軸上を運動する粒子の位置が

$$x = 7.8 + 9.2t - 2.1t^3$$

で与えられる時（ x はメートル、t は秒）、
t =3.5 s の時の速度はいくらか？

速度が一定の運動を**等速度運動** (motion with constant velocity)

時刻 $t=0$ で x_0 にあって，一定の速度 v_0 で直線上を運動している粒子の時刻 t における位置 $x(t)$

$$x(t) = v_0 t + x_0 \tag{1.9}$$

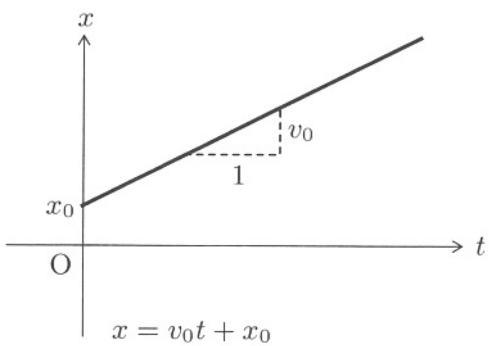
$$\frac{dx}{dt} = v_0 \tag{1.10}$$

加速度が一定の運動を**等加速度運動** (motion with constant acceleration)

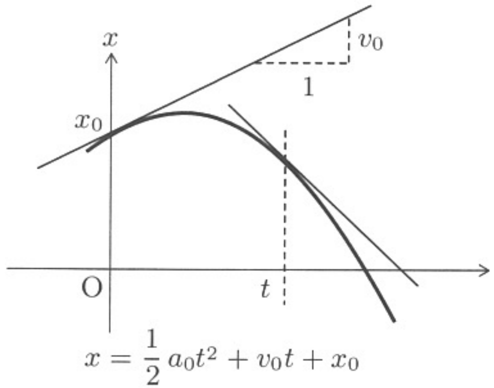
$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \tag{1.11}$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = a_0 t + v_0 \tag{1.12}$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = a_0 = \text{一定} \tag{1.13}$$



(a) 等速直線運動



(b) 等加速度運動

図 1.3 等速直線運動と等加速度運動
(a) 初速 $v_0 > 0$, (b) 一定加速度 $a_0 < 0$ が働く.

例題2：粒子の x 軸上の座標が次式で与えられているとする。

$$x = 4 - 27t + t^3$$ （x はメートル、t は秒）

(a) 粒子の速度 $v(t)$ と加速度 $a(t)$ を求めよ。
(b) $v = 0$ となる時刻 t を求めよ。

例題１

$$v = 9.2 - 6.3t^2$$

$$v = -68 \text{ m/s}$$

例題２

(a)

$$v = -27 + 3t^2$$

$$a = 6t$$

(b)

$$0 = -27 + 3t^2$$

$$t = \pm 3 \text{ s}$$

1.2 空間中の運動とベクトル

1.2.1 位置ベクトルと変位ベクトル

位置ベクトル (position vector) 原点 O から粒子の位置をさす矢印 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

ベクトルの長さを $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|$

粒子の点 A から点 B への移動はベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ **変位ベクトル** (displacement vector)

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}}$$

移動後の粒子の位置はベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

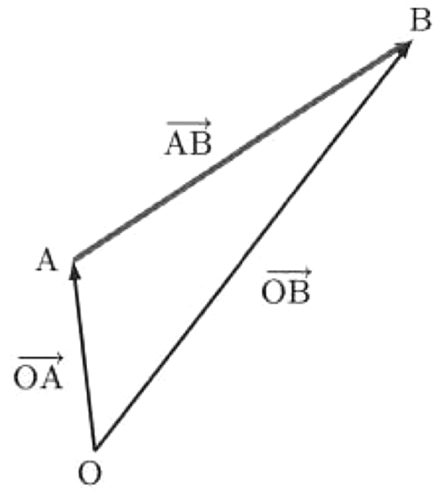


図 1.4 位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と変位ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

1.2.2 ベクトルとその表示

【ベクトルの成分】

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \tag{1.14}$$

a_x, a_y, a_z を**ベクトルの成分** (vector component)

ベクトルの長さ (magnitude of vector)

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1.15}$$

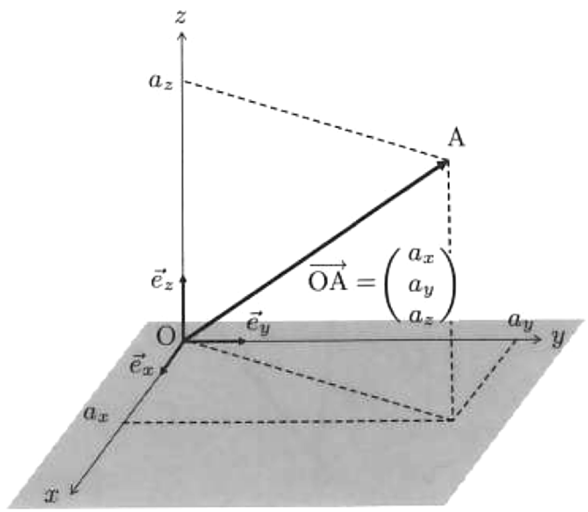


図 1.5　3 次元の座標とベクトルの成分

それぞれの座標軸の方向に単位長のベクトル (**単位ベクトル**)　$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$

標準基底 (standard basis)

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1.19}$$

任意のベクトルは標準基底の線形結合で表すことができる.

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z \tag{1.20}$$

【ベクトルの演算】

スカラー倍 (scalar multiplication)

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}'} = \alpha\overrightarrow{\mathrm{OA}} \tag{1.16}$$

ベクトルの線形結合 (linear combination)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OC}'} &= \alpha\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \beta\overrightarrow{\mathrm{OB}} \\ &= \alpha\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a_x + \beta b_x \\ \alpha a_y + \beta b_y \\ \alpha a_z + \beta b_z \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{1.17}$$

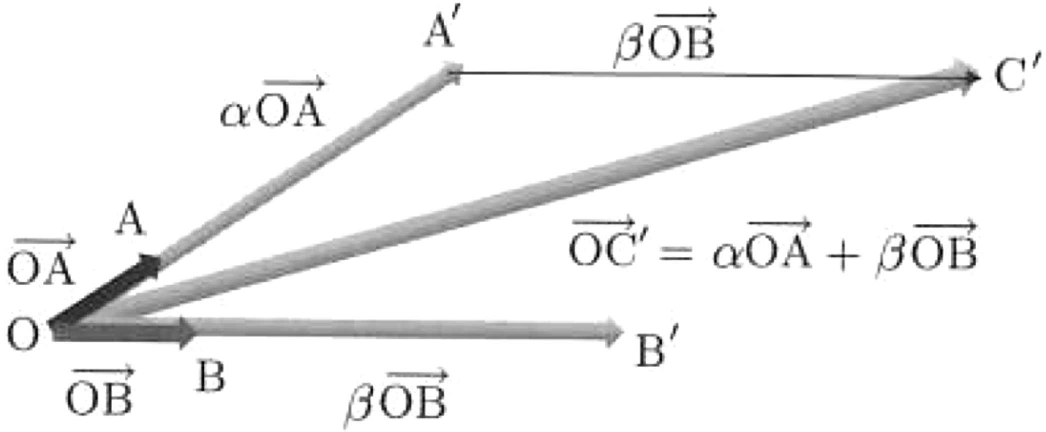


図 **1.6**　ベクトルの線形結合

1.2.3 次元とは

空間中では3個の独立なベクトルがあれば，その組合せでどのようなベクトルも表すことができる．この独立なベクトルの数を**次元**とよぶ．したがって，空間は3次元になる．

任意のベクトルを表すのに n 個のベクトルが必要な空間の次元は n であり，その空間を $\boldsymbol{n}$ **次元空間**とよぶ．

1.2.4 速度ベクトルと加速度ベクトル

時刻 t の粒子の位置ベクトル $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z \tag{1.21}$$

変位ベクトル

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \tag{1.22}$$

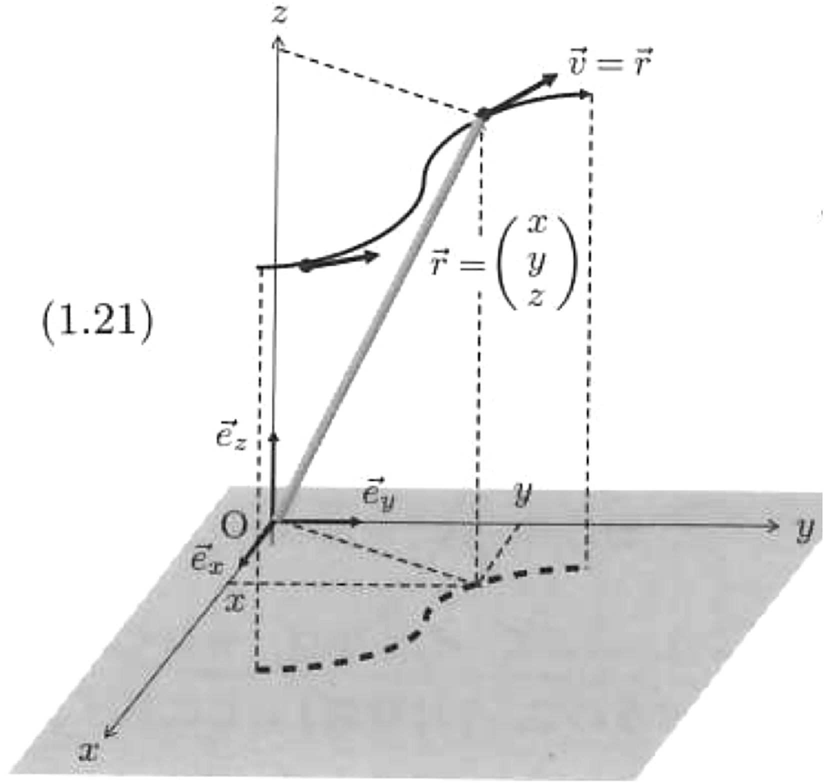


図 1.7　粒子の空間中の運動
速度ベクトルは軌道の接線方向のベクトルになる．

平均速度ベクトル

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \begin{pmatrix} \dfrac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \\ \dfrac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1} \\ \dfrac{z(t_2) - z(t_1)}{t_2 - t_1} \end{pmatrix} \tag{1.23}$$

速度ベクトル

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \tag{1.24}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z \tag{1.25}$$

速さ

$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \tag{1.26}$$

加速度ベクトル

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{x}} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z \tag{1.27}$$

例題:　２次元平面を運動する粒子がある。その粒子の座標は時刻 t の関数として

$$x = -0.31t^2 + 7.2t + 28$$
$$y = 0.22t^2 - 9.1t + 30$$

（ 座標はメートル、t は秒）

(a) 時刻 t =15 s における粒子の位置ベクトルを単位ベクトルを用いて表せ。
また、その時の原点からの距離を求めよ。

(b) 時刻 t =15 s における粒子の速度ベクトルを単位ベクトルを用いて表せ。
また、その時の速さを求めよ。

(c) 時刻 t =15 s における粒子の加速度ベクトルを単位ベクトルを用いて表せ。
また、その時の加速度ベクトルの大きさを求めよ。

(a)

$$\vec{r} = (66\ \text{m})\ \vec{e}_x + (-72\ \text{m})\ \vec{e}_y$$

$$r = \sqrt{(66\ \text{m})^2 + (-72\ \text{m})^2} = 87\ \text{m}$$

(b)

$$\upsilon_x = -0.62t + 7.2$$

$$\upsilon_y = 0.44t - 9.1$$

$$\vec{\upsilon} = (-2.1\ \text{m/s})\vec{e}_x + (-2.5\ \text{m/s})\vec{e}_y$$

$$\upsilon = \sqrt{(-2.1\ \text{m/s})^2 + (-2.5\ \text{m/s})^2} = 3.3\ \text{m/s}$$

(c)

$$a_x = \frac{d}{dt}(-0.62t + 7.2) = -0.62\ \text{m/s}^2$$

$$a_y = \frac{d}{dt}(0.44t - 9.1) = 0.44\ \text{m/s}^2$$

$$\vec{a} = (-0.62\ \text{m/s}^2)\vec{e}_x + (0.44\ \text{m/s}^2)\vec{e}_y$$

$$a = \sqrt{(-0.62\ \text{m/s}^2)^2 + (0.44\ \text{m/s}^2)^2} = 0.76\ \text{m/s}^2$$

1.2.5 等加速度運動

空間中の運動が時間 t の 2 次多項式で表されている場合

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{2}\vec{\alpha}t^2 + \vec{\beta}t + \vec{\gamma} \tag{1.28}$$

$\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ は，それぞれ定数を成分にもつ定数ベクトル

$\vec{\gamma}$ は時刻 $t = 0$ における粒子の初期位置

速度ベクトル

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \vec{\alpha}t + \vec{\beta} \tag{1.29}$$

$\vec{\beta}$ は初速度 (initial velocity)

加速度

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \vec{\alpha} \tag{1.30}$$

加速度 $\vec{\alpha}$ の等加速度運動

1.2.6 等速円運動

$$\vec{r}(t) = (R\cos\omega t)\vec{e}_x + (R\sin\omega t)\vec{e}_y$$

$$= \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ R\sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.31}$$

R と ω はある定数

位置ベクトルの長さ

$$|\vec{r}(t)| = \sqrt{(R\cos\omega t)^2 + (R\sin\omega t)^2} = R \tag{1.32}$$

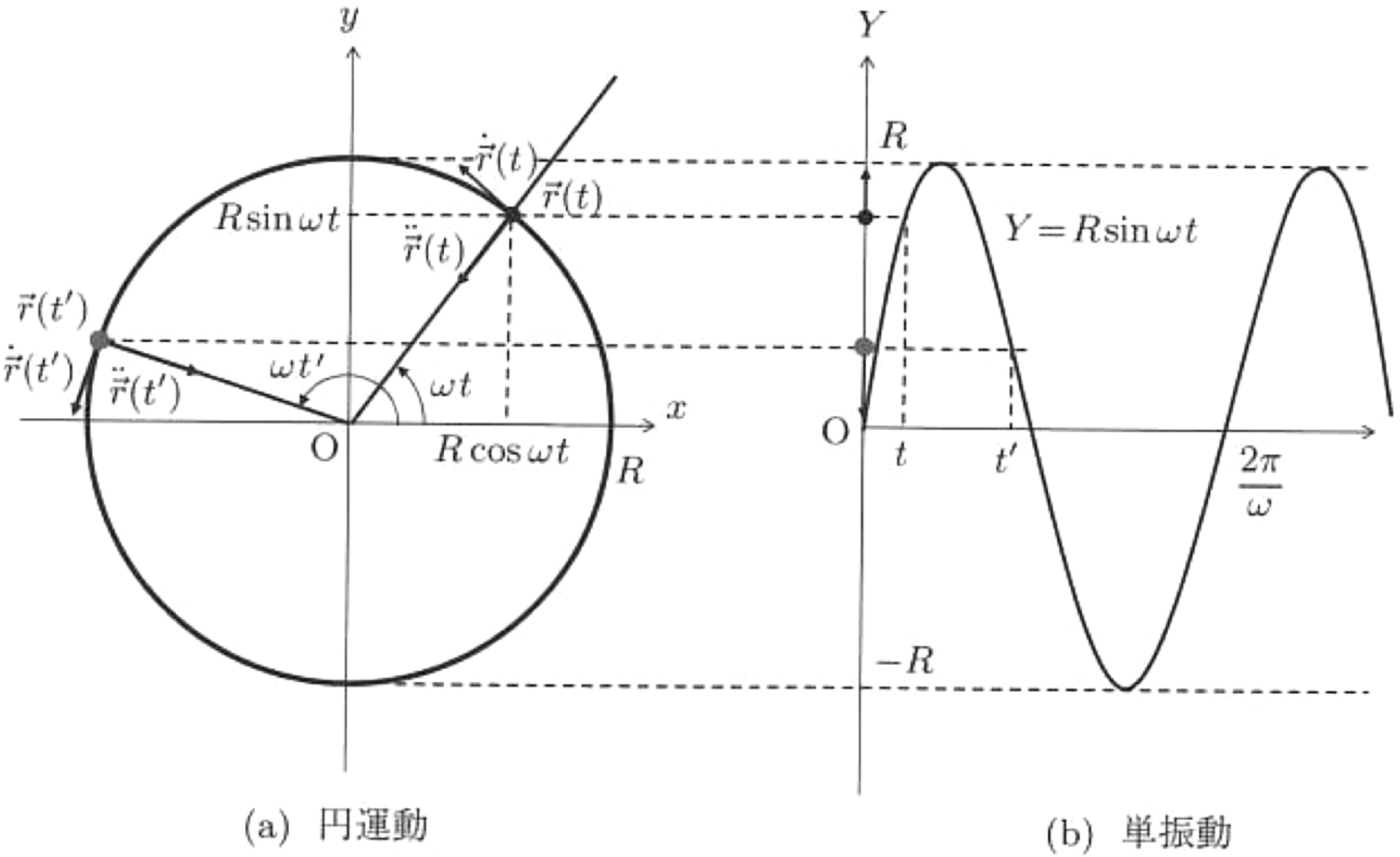


図 1.8　円運動と単振動

(a) 円周上を運動する粒子の位置ベクトル $\vec{r}(t)$，時刻 t における速度ベクトル $\dot{\vec{r}}(t)$ と加速度ベクトル $\ddot{\vec{r}}(t)$．(b) 円運動を y 軸方向に射影すると，Y 軸上の単振動 $Y = R\sin\omega t$ を得る．

速度ベクトル

$$\dot{\vec{r}}(t) = -(R\omega \sin\omega t)\,\vec{e}_x + (R\omega \cos\omega t)\,\vec{e}_y$$

$$= R\omega \begin{pmatrix} -\sin\omega t \\ \cos\omega t \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.33}$$

$$|\dot{\vec{r}}(t)| = \sqrt{(-R\omega \sin\omega t)^2 + (R\omega \cos\omega t)^2} = R\omega \tag{1.34}$$

速さが $R\omega$ で一定の円運動　　**等速円運動** (uniform circular motion)

ω は単位時間あたりの回転角で**角振動数** (angular frequency)

円周は $2\pi R$ なので、 $t = 2\pi R / R\omega = 2\pi / \omega$ で一周回る。

加速度ベクトル

$$\ddot{\vec{r}}(t) = -(R\omega^2 \cos\omega t)\vec{e}_x - (R\omega^2 \sin\omega t)\vec{e}_y$$

$$= -R\omega^2 \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.35}$$

大きさは $|\ddot{\vec{r}}(t)| = R\omega^2$ で一定となる．したがって，等速円運動は常に中心に向かう一定の大きさの加速度を受けた運動であることがわかる．

1.2.7 単 振 動

円運動をしている粒子に x 軸方向に光を当ててできる影の運動をみておこう．

影の座標を Y

$$Y(t) = R\sin\omega t \tag{1.37}$$

粒子が原点を中心に振幅 R，周期 $\dfrac{2\pi}{\omega}$ で振動していることがわかる．

粒子の速度と加速度

$$\begin{aligned}\dot{Y}(t) &= R\omega\cos\omega t,\\ \ddot{Y}(t) &= -R\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 Y(t)\end{aligned} \tag{1.38}$$

となり，ともに振動している．

1.3 ベクトルの内積と外積

1.3.1 内 積

内積 (inner product)　スカラー積 (scalar product)

ベクトルのある方向の成分を取り出すときに便利な演算

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \tag{1.39}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \equiv a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \tag{1.40}$$

【内積の性質】 定義より，内積は次のような性質を満たす．

1. 内積は順序によらない．

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} \tag{1.41}$$

2. ベクトル $\vec{a}$ の絶対値 $|\vec{a}|$ の 2 乗は内積を用いて

$$|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} \tag{1.42}$$

と表される (または単に $|\vec{a}|^2 = \vec{a}\,^2$)．ベクトルの長さは

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{\vec{a}\,^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1.43}$$

で与えられる．

3. 分配則

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} \tag{1.44}$$

が成り立つ．

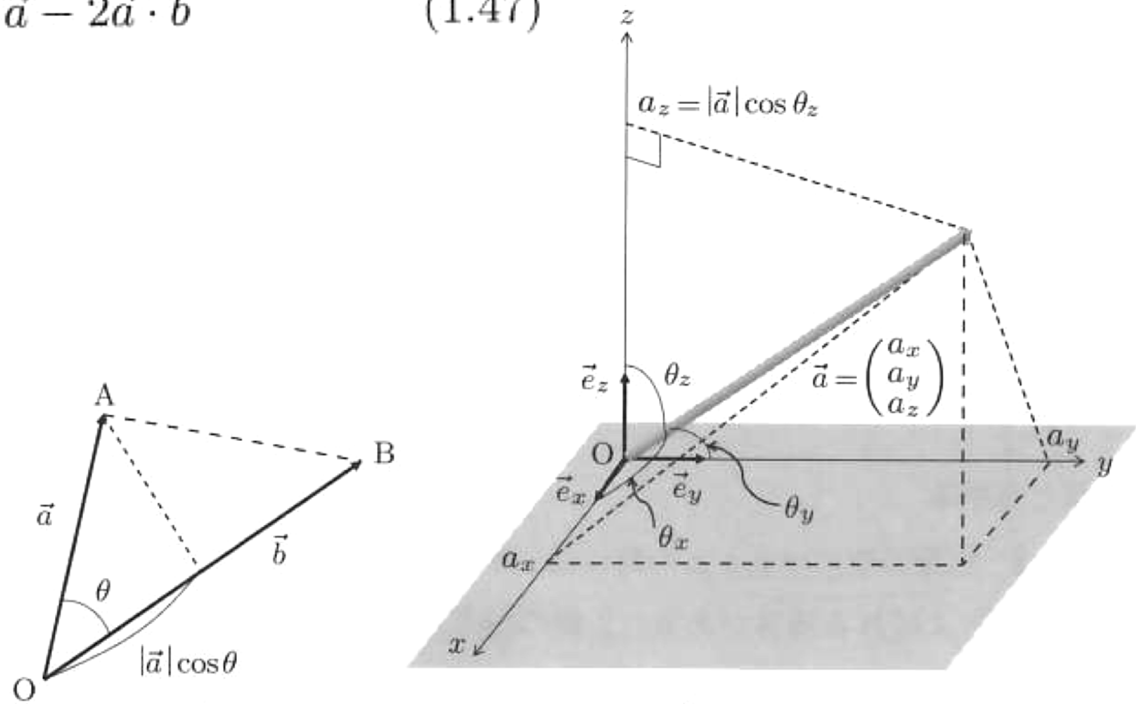
【内積の幾何学的意味】

2 個のベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の長さを $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$，2 個のベクトルのなす角を θ とすると

$$\vec{a}\cdot\vec{b} \equiv |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \tag{1.45}$$

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \tag{1.46}$$

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 = (\vec{b}-\vec{a})\cdot(\vec{b}-\vec{a}) = \vec{b}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{a} - 2\vec{a}\cdot\vec{b} \tag{1.47}$$



(a) 内積　　(b) 内積の座標成分

図 1.9　内積と座標成分表示

(a) 2 個のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ とベクトルのなす角 θ．(b) z 方向の単位ベクトル $\vec{e}_z$ とベクトル $\vec{a}$ の内積は，ベクトル $\vec{a}$ と z 軸のなす角を θ_z とすると $|\vec{a}|\cos\theta_z$ となり，ベクトル $\vec{a}$ の z 方向成分 a_z を与える．

【内積の性質 (続き)】 幾何学的定義から次のような性質があることがわかる.

4. 直交するベクトルの内積は 0.

直交していれば $\theta = \frac{\pi}{2}$ で, $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ だから明らか.

5. 単位ベクトルとの内積はその単位ベクトル方向の成分を表していることがわかる.

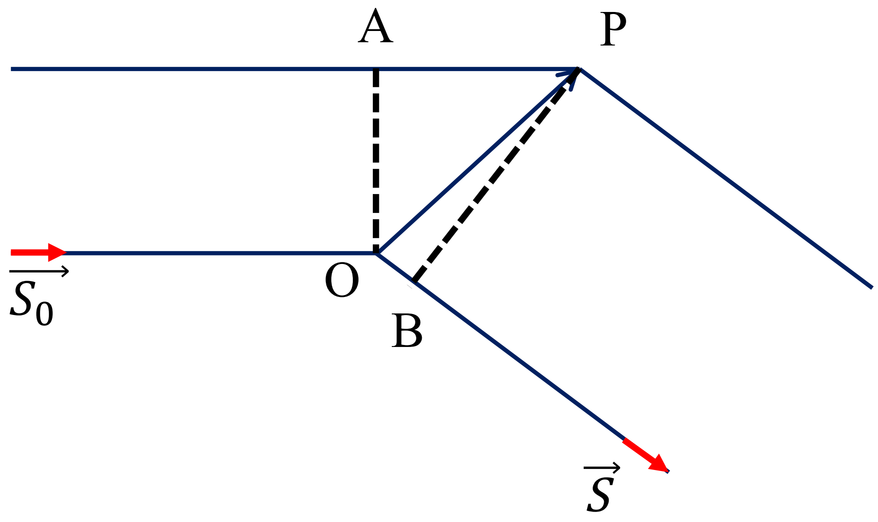
例えば, x 方向の単位ベクトル $\vec{e}_x$ と内積をとると

$$\vec{e}_x \cdot \vec{a} = \vec{e}_x \cdot (a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z) = a_x \tag{1.48}$$

である.

問題１：$\overrightarrow{S_0}$（単位ベクトル）方向の波が点 O と点 P で散乱された。

$\vec{S}$（単位ベクトル）方向に向かった波の光路差を求めよ。



問題2：$\vec{a} = 3.0\vec{e}_x - 4.0\vec{e}_y \qquad \vec{b} = -2.0\vec{e}_x + 3.0\vec{e}_z$

のとき、この2つのベクトルの間の角度を求めよ。

$$\mathrm{OB} - \mathrm{AP} = (\vec{r} \cdot \vec{s}) - (\vec{r} \cdot \vec{s}_0) = (\vec{r} \cdot \vec{s} - \vec{s}_0)$$

$$a = \sqrt{(3.0)^2 + (-4.0)^2} = 5.0 \qquad b = \sqrt{(-2.0)^2 + (3.0)^2} = 3.61$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (3.0)(-2.0) + (-4.0)(0) + (0)(3.0) = -6.0$$

$$\cos\theta = \frac{-6.0}{(5.0)(3.61)} = -0.332 \qquad \theta = \cos^{-1}(-0.332) \sim 109°$$

1.3.2 外積と右手系

外積 (outer product)　ベクトル積 (vector product)

力学ではトルクや力のモーメントの計算で現れる。

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - b_y a_z \\ a_z b_x - b_z a_x \\ a_x b_y - b_x a_y \end{pmatrix} \qquad (1.50)$$

外積はベクトル

【外積の性質】 内積と同様に，定義から明らかな外積の性質をまとめておこう．

1. 外積は順序を変えると符号が変わり

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} \qquad (1.51)$$

が成り立つ．

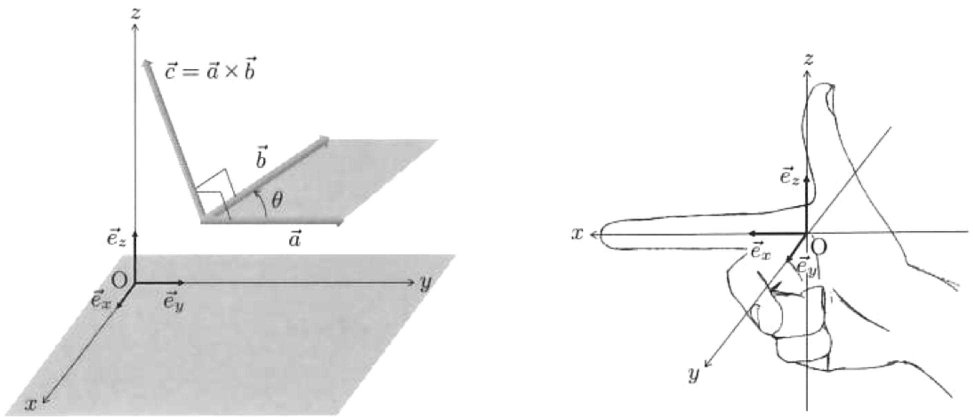
2. ベクトルとそれ自身との外積は $\vec{0}$ である．同様に，平行な 2 個のベクトルの外積は $\vec{0}$ である．

3. 分配則

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \qquad (1.52)$$

が成り立つ．

【外積の幾何学的意味】 外積 $\vec{a}\times\vec{b}$ は，図 1.10 (a) のように，ベクトル $\vec{a}$ および $\vec{b}$ とそれぞれ直交するベクトルで，その大きさはベクトル $\vec{a},\vec{b}$ で定まる平行四辺形の面積 $|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$ に等しい．



(a) 外積　　(b) 右手系

図 1.10　外積と右手系
$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ の向きは右手系の x,y,z 軸と同じ関係になっている．

$$\vec{a}\parallel\vec{b} \qquad \vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$$

問題：

$\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix}$ のとき $\vec{a}\times\vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix} -1\times1 - 3\times4 \\ 3\times1 - 2\times1 \\ 2\times4 - (-1)\times1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

それぞれの内積が

$$\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=0,\qquad \vec{b}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=0 \tag{1.53}$$

$$\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=a_x(a_yb_z-b_ya_z)+a_y(a_zb_x-b_za_x)+a_z(a_xb_y-b_xa_y)=0$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \tag{1.56}$$

$$\begin{aligned}
\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|^2 &= (a_yb_z-b_ya_z)^2+(a_zb_x-b_za_x)^2+(a_xb_y-b_xa_y)^2 \\
&= a_x^2(b_y^2+b_z^2)+a_y^2(b_x^2+b_z^2)+a_z^2(b_x^2+b_y^2) \\
&\quad -2a_xa_yb_xb_y-2a_ya_zb_yb_z-2a_za_xb_zb_x \\
&= a_x^2(b^2-b_x^2)+a_y^2(b^2-b_y^2)+a_z^2(b^2-b_y^2) \\
&\quad -2a_xa_yb_xb_y-2a_ya_zb_yb_z-2a_za_xb_zb_x \\
&= a^2b^2-(a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z)^2 \\
&= a^2b^2-(ab\cos\theta)^2=a^2b^2\sin^2\theta
\end{aligned}$$

【右手系】 外積で得られるベクトル $\vec{a}\times\vec{b}$ の方向は $\vec{a},\vec{b}$ それぞれと直交しているが，実はその向きには任意性があり，一般的に図 1.10 (b) のような右手のルールに従って向きを定める．座標軸もこのルールに従うように基底ベクトルを $\vec{e}_x\times\vec{e}_y=\vec{e}_z$ となるようにとる．このような座標系のことを**右手系** (right-handed system) とよぶ．

$$\vec{e}_x\times\vec{e}_y=\vec{e}_z,\qquad \vec{e}_y\times\vec{e}_z=\vec{e}_x,\qquad \vec{e}_z\times\vec{e}_x=\vec{e}_y \tag{1.57}$$

右ねじを $\vec{a}$ から $\vec{b}$ の方へ回転させたとき、ネジの進む方向が $\vec{a}\times\vec{b}$ の向きである。

3. 互いに並行でないベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ が与えられたとき

$$V=\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) \tag{1.59}$$

で定義される**スカラー3重積** (scalar triple product) V に関して，次のことを示せ．

V の絶対値はベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で定まる平行六面体の体積に等しい